

# Exp. 4

## Leis de Kirchhoff

FSC2143 - Laboratório de Física III  
FSC5123 - Física experimental II

lemo.ufsc.br  
Versão de 13 de março de 2024

### 1 Objetivos

Cada grupo realizará, nesta experiência, a montagem de três circuitos distintos, usando fontes, baterias, resistores, chaves manuais, amperímetros e voltímetros. O objetivo didático geral é aplicar as Leis de Kirchhoff para entender o funcionamento de cada um dos circuitos analisados. Os objetivos específicos são os seguintes:

- Determinar a força eletromotriz (também denominada *fem*) e a resistência interna de uma bateria em um circuito de malha única;
- Determinar a resistência interna de um amperímetro em circuitos de malha única;
- Medir intensidades de correntes num circuito de duas malhas e comparar com os valores obtidos pela aplicação das Leis de Kirchhoff.

### 2 Teoria Básica

As Leis de Kirchhoff para circuitos elétricos foram formuladas em 1845 e são baseadas nos princípios de conservação da carga elétrica e de conservação da energia.

O entendimento dessas leis passa pelos conceitos de *nó* e *malha*. Num circuito elétrico, um nó, é qualquer entroncamento ou junção de fios; uma malha é qualquer percurso fechado percorrido ao longo do circuito.

- **1ª Lei de Kirchhoff (ou Lei dos nós):** a soma das correntes que chegam num nó é igual a soma das correntes que saem de um nó. Levando em conta o sinal (positivo ou negativo) da corrente, que diz se a corrente chega no nó ou se sai dele, esta lei pode ser escrita como

$$\sum_{k=1}^n i_k = 0, \quad (1)$$

onde  $n$  é o número de ramificações que partem do nó.

- **2ª Lei de Kirchhoff (ou Lei das malhas):** a soma das *fem*'s numa malha deve ser igual à soma das quedas de tensão na mesma malha. Levando em conta o sinal (positivo ou negativo) das diferenças de tensão ao longo de uma malha, esta lei pode ser escrita da seguinte forma:

$$\sum_{k=1}^m V_k = 0, \quad (2)$$

onde  $m$  é o número de segmentos considerados na malha e  $V_k$  é a diferença de potencial em um dado segmento de malha.

A queda de tensão devida a um resistor  $R$  pelo qual passa uma corrente  $i$  é igual a  $Ri$ . Portanto, no caso de uma malha composta apenas por fontes e resistores, podemos escrever a lei das malhas, grosso modo, sob a forma:

$$\sum \varepsilon = \sum Ri. \quad (3)$$

Para uma utilização correta da lei das malhas, o primeiro passo é arbitrar um sentido de percurso da malha, que pode ser horário ou anti-horário.

Em seguida, devemos observar a orientação das *fem*'s. Por definição, a tensão no terminal positivo (+) é maior que a tensão no terminal negativo (-). Definimos o sentido da *fem* como o sentido da flecha imaginária que liga o (-) ao (+). O próximo passo é definir uma orientação para as correntes em cada segmento com resistor.

Então, pode-se aplicar a lei das malhas da seguinte maneira:

- Ao percorrer a malha no sentido arbitrado, se um resistor for percorrido no mesmo sentido que o da corrente que o atravessa, a variação do potencial é negativa ( $-Ri$ ); se percorrido no sentido contrário, a variação é positiva ( $+Ri$ ).
- Ao percorrer a malha no sentido arbitrado, se uma fonte de força eletromotriz for percorrida no mesmo sentido que o de sua *fem*, a variação do potencial será  $+\varepsilon$ ; se percorrida no sentido contrário, será  $-\varepsilon$ .

É conveniente lembrar que a lei dos nós basta ser aplicada  $(n - 1)$  vezes se a rede tiver  $n$  nós<sup>1</sup> e que a lei das malhas pode ser aplicada tantas vezes quantas forem as malhas independentes na rede.

## 2.1 Aplicações da lei das malhas

### 2.1.1 Resistência interna de uma bateria

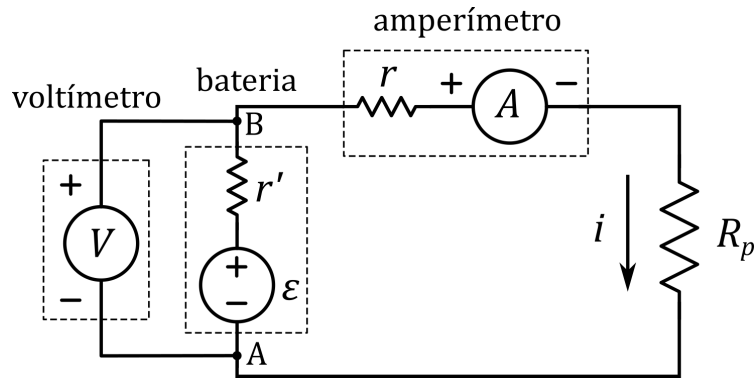
Para evidenciar a diferença entre uma bateria e uma fonte de tensão, considere o circuito de malha única da figura 1, composto de:

- Uma bateria de *fem*  $\varepsilon$  e resistência interna  $r'$ ;
- Um amperímetro com resistência interna  $r$ ;
- Uma resistência de proteção  $R_p$ .

Aplicando a 2ª Lei de Kirchhoff, partindo do ponto A, no sentido horário, obtém-se:

$$\varepsilon - r'i + (V_A - V_B) = 0. \quad (4)$$

<sup>1</sup> Neste caso, a aplicação da lei dos nós no  $n$ -ésimo nó é redundante. Para entender o porquê, pense no caso de um circuito com somente dois nós ( $n = 2$ ).



**Figura 1** Circuito de malha única: bateria de *fem*  $\varepsilon$  alimentando um resistor  $R_p$ .

Chamando de  $V$  a tensão lida pelo voltímetro, podemos então escrever

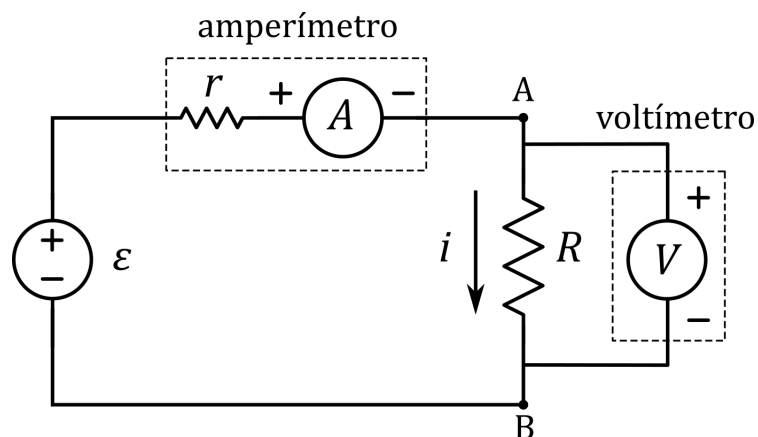
$$V = V_B - V_A = \varepsilon - r'i. \quad (5)$$

Esta equação diz que, quando temos corrente atravessando uma bateria, a diferença de potencial (tensão  $V$ ) entre seus terminais não se iguala ao valor da *fem*  $\varepsilon$ . Existe uma diferença entre os dois valores, representada pela queda de tensão na resistência  $r'$  que a própria bateria coloca no circuito.

### 2.1.2 Resistência interna de um amperímetro

Como um segundo exemplo de aplicação da 2ª Lei de Kirchhoff, considere o circuito de malha única na figura 2, composto de:

- Uma fonte de tensão com *fem*  $\varepsilon$ ;
- Uma resistência externa  $R$ ;
- Um amperímetro com resistência interna  $r$ .



**Figura 2** Circuito de malha única: fonte de tensão com *fem*  $\varepsilon$  alimentando um resistor  $R$ .

Seguindo a malha no sentido horário, obtém-se,

$$\varepsilon - ri - Ri = 0. \quad (6)$$

Agora note que a diferença de tensão  $V$  medida pelo voltímetro vale

$$V = V_A - V_B = Ri. \quad (7)$$

Substituindo a equação (7) na (6), tem-se:

$$V = \varepsilon - ri. \quad (8)$$

Na montagem experimental, será incluído um resistor de proteção com resistência conhecida  $R_p$ , em série com o amperímetro. As equações (6) e (8), neste caso, tomam a forma:

$$\varepsilon - (r^* + R)i = 0, \quad (9)$$

$$V = \varepsilon - r^*i, \quad (10)$$

onde  $r^* = r + R_p$ .

A equação (10) será utilizada para determinar a resistência interna do amperímetro e a fem  $\varepsilon$  da fonte de tensão, através do gráfico de  $V$  em função de  $i$ . Para variar a corrente  $i$  no circuito, faz-se uso de uma resistência  $R$  ajustável.

### 2.1.3 Transferência de potência a um resistor

Usando o mesmo circuito da seção anterior, vamos agora estudar a transferência de potência da fonte ao resistor  $R$ . A potência fornecida pela fonte vale  $P_{\text{fonte}} = \varepsilon i$  e a potência dissipada pelo resistor  $R$ , dito resistor de carga, vale  $P = Ri^2$ .

O objetivo é descobrir sob que condições a potência dissipada pelo resistor é máxima, ou seja, como podemos maximizar a transferência de energia da fonte para o resistor (responsável por “gastá-la”), minimizando assim as perdas elétricas entre a fonte e a carga. A solução deste problema é de larga aplicação prática.

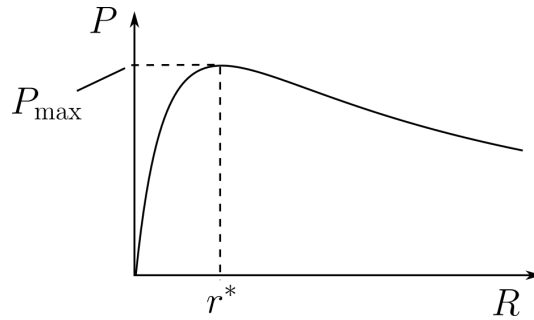
A potência dissipada no resistor depende essencialmente da corrente  $i$  aplicada, que, por sua vez, depende do valor de  $R$ , como é possível ver através da equação (9). De fato, usando esta equação, obtemos:

$$P = Ri^2 = \frac{R\varepsilon^2}{(R + r^*)^2}. \quad (11)$$

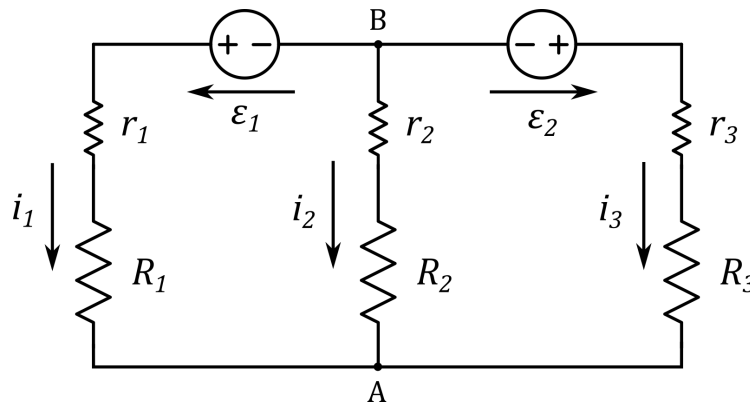
A condição de maximização da potência transferida é

$$\frac{dP}{dR} = 0 \Leftrightarrow R = r^*, \quad (12)$$

ou seja, a potência transferida de uma fonte de tensão a uma resistência externa  $R$  será máxima quando  $R$  for igual à soma das demais resistências da malha, como ilustra a figura 3. Isto estabelece um critério geral de maximização de transferência de potência em circuitos elétricos.



**Figura 3** Gráfico da equação (11), mostrando que a potência transferida ao resistor  $R$  é máxima quando  $R = r^*$ .



**Figura 4** Circuito de duas malhas com duas fontes de tensão.

## 2.2 Aplicação da lei dos nós

A figura 4 mostra um circuito de duas malhas no qual se pode aplicar a lei dos nós. Ele é composto de duas fontes de *fem*'s  $\epsilon_1$  e  $\epsilon_2$ , três amperímetros com resistências internas  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_3$  e três resistores  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ .

Aplicando a lei dos nós ao ponto A, temos:

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0. \tag{13}$$

Percorrendo as malhas da esquerda e da direita no sentido anti-horário, obtém-se, respectivamente:

$$\epsilon_1 - (R_1 + r_1)i_1 + (R_2 + r_2)i_2 = 0, \tag{14}$$

$$-\epsilon_2 - (R_2 + r_2)i_2 + (R_3 + r_3)i_3 = 0. \tag{15}$$

As equações acima compõem portanto um sistema de equações provenientes das Leis de Kirchhoff:

$$\begin{cases} i_1 + i_2 + i_3 = 0 \\ R_1^* i_1 - R_2^* i_2 = \epsilon_1 \\ R_2^* i_2 - R_3^* i_3 = -\epsilon_2 \end{cases} \tag{16}$$

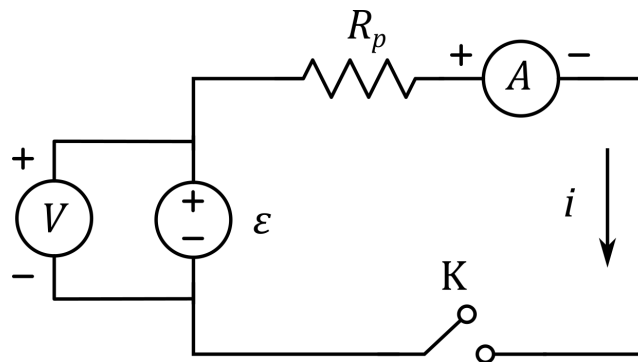
onde definimos  $R_1^* = R_1 + r_1$ ,  $R_2^* = R_2 + r_2$  e  $R_3^* = R_3 + r_3$ .

Conhecendo-se os valores de  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  e das resistências do circuito, pode-se calcular as correntes em cada ramo do circuito. Notem-se tratar de um sistema de três equações e três incógnitas ( $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$ ). Se os sentidos das correntes coincidirem com o arbitrado na figura, as soluções do sistema terão resultados positivos; nos casos em que as correntes calculadas sejam negativas, o sentido correto é o oposto ao arbitrado. Se houver possibilidade de desprezar as resistências internas dos amperímetros, então basta tomar  $r_1 = r_2 = r_3 = 0$ .

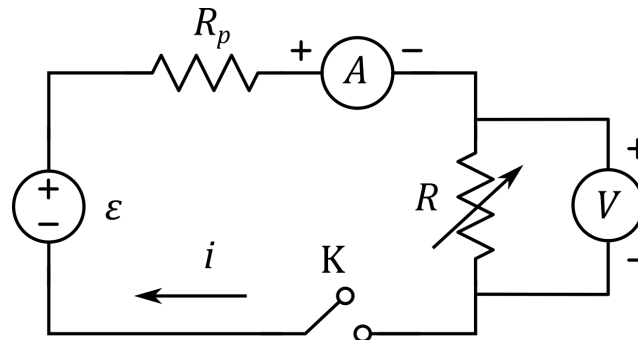
### 3 Relação do material

- 01 bateria de moto ou similar;
- 02 fontes de tensão contínua;
- 04 multímetros digitais;
- 01 chave dupla tipo faca;
- 01 caixa de resistências padrão ( $R$ );
- 01 resistor de proteção  $R_p$ ;
- 03 resistores  $R_1$ ,  $R_2$  e  $R_3$ ;
- cabos para conexões elétricas.

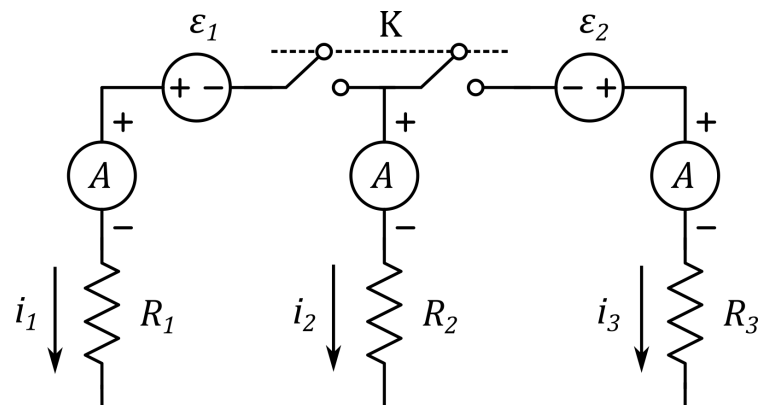
### 4 Esquemas Experimentais



**Figura 5** Montagem da primeira parte



**Figura 6** Montagem da segunda parte. A flecha cruzando o resistor indica se tratar de um reostato, ou seja, um resistor variável cuja função é regular a corrente no circuito.



**Figura 7** Montagem da terceira parte

## 5 Procedimento Experimental

### PRIMEIRA PARTE - Bateria vs. Fonte regulada

1. Faça a montagem do circuito conforme a figura 5, utilizando uma bateria, cujas *fem* ( $\varepsilon$ ) e resistência interna ( $r'$ ) serão obtidas experimentalmente. Não esqueça de colocar o resistor  $R_p$  na montagem e anotar o valor de sua resistência. **Lembre-se:** *amperímetro deve ser ligado “em série”; voltímetro, “em paralelo”. Atenção às polaridades dos instrumentos. O terminal “COM” do multímetro é o terminal negativo (-).*
2. Com a chave K aberta (desconectada), meça a tensão  $V$  entre os terminais da bateria. Anote seus dados na Tabela I.
3. Ajuste a escala do amperímetro para 10 A (ou 20 A). Feche a chave K, meça o novo valor de  $V$  e o valor da corrente  $i$  no amperímetro. **Observação:** *Faça as leituras rapidamente, para evitar a descarga da bateria.*
4. Substitua a bateria (que não será mais usada) por uma fonte de tensão regulada, cujo valor esteja próximo ao valor anteriormente fornecido pela bateria em aberto e repita os itens 2 e 3.

### SEGUNDA PARTE - Transferência de potência

1. Faça a montagem do circuito conforme o esquema da figura 6, usando a fonte de tensão. Utilize como resistor  $R$  a caixa de resistências fornecida. Ainda com a chave K aberta, ajuste o amperímetro para a escala de 200 mA e  $R = 3 \Omega$ .
2. Coloque como tensão de saída da fonte 2,0 V (verifique com um voltímetro direto na fonte). Feche a chave K, leia a tensão  $V$  e a corrente  $i$ , anotando seus valores na Tabela II. É importante não mudar as escalas depois de iniciadas as medidas.
3. Vá aumentando gradativamente a resistência nominal do resistor  $R$ , utilizando valores entre 3 e 50  $\Omega$ , lendo as respectivas tensões e correntes, e anotando na Tabela II.
4. Calcule a resistência de cada um dos resistores  $R$  através da relação  $R = V/i$ , bem como a potência dissipada nos resistores  $R$  através da relação  $P = Vi$ , empregando os valores medidos de  $V$  e  $i$ .
5. Use as últimas linhas, em branco, para encontrar empiricamente o valor de  $R$  para o qual  $P$  é máximo.

### TERCEIRA PARTE - Medidas de corrente em circuito de duas malhas

1. Monte o circuito conforme o esquema da figura 7. Utilize como fontes de tensão  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$  as duas fontes disponíveis em sua bancada. Utilize os amperímetros fornecidos nas escalas de 10 A (ou 20 A). Utilize a chave dupla para fazer os dois contatos representados por chaves simples no esquema, que devem abrir e fechar simultaneamente.
2. Coloque como tensão de saída das fontes um valor aproximado de 8,0 V (lido com o voltímetro), anotando os valores na Tabela III.
3. Feche a chave K, leia as correntes e anote na Tabela III. **Observação:** *Faça as leituras rapidamente para evitar o superaquecimento dos resistores.*
4. As resistências internas dos amperímetros estão indicadas nos aparelhos.



## 6 Questionário

1. (a) Através da equação (5) e os dados da Tabela I, encontre o valor da *fem* da bateria e calcule a sua resistência interna.  
(b) Explique a diferença entre uma bateria e uma fonte de tensão, quando acopladas a um circuito.
  
2. (a) Faça um gráfico de  $V$  em função de  $i$  com os dados da tabela II.  
(b) Obtenha os coeficientes angular e linear da reta obtida e, a partir deles, obtenha a *fem*  $\mathcal{E}$  da fonte e a resistência  $r$  do amperímetro.  
(c) Qual o significado físico do valor onde a reta intersecta o eixo das abscissas ( $y = 0$ )? E do valor onde a reta intersecta o eixo das ordenadas ( $x = 0$ )?
  
3. (a) Faça o gráfico de  $P$  em função de  $R$  com os dados da Tabela II.  
(b) A partir do gráfico, observando a condição de máxima transferência de potência, determine a resistência  $r$  do amperímetro e compare com o valor obtido na questão 2(b).
  
4. (a) Resolva *algebricamente* o sistema (16), ou seja, encontre  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$  em função de  $\mathcal{E}_1$ ,  $\mathcal{E}_2$ ,  $R_1^*$ ,  $R_2^*$  e  $R_3^*$ .  
(b) Calcule *numericamente* as correntes  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$  a partir do resultado do item anterior. Faça o cálculo para dois cenários: 1) desprezando as resistências internas dos amperímetros ( $R_j^* = R_j$ ); 2) sem desprezar as resistências internas ( $R_j^* = R_j + r_j$ ).  
(c) Compare os valores teóricos calculados no item anterior com os valores de  $i_1$ ,  $i_2$  e  $i_3$  obtidos experimentalmente. Comente.

## Exp. 4 - Leis de Kirchhoff

GRUPO: \_\_\_\_\_

ALUNOS: \_\_\_\_\_

TURMA: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

DATA: \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

### ➤ Primeira Parte - Bateria vs. Fonte regulada

| TABELA I            | V (V) | i (A) |
|---------------------|-------|-------|
| Bateria em aberto   |       |       |
| Bateria no circuito |       |       |
| Fonte em aberto     |       |       |
| Fonte no circuito   |       |       |

### ➤ Segunda Parte - Transferência de potência

TABELA II

$R_p =$            $\Omega$

Escala do amperímetro: 200 mA

| $R_{NOMINAL}$ ( $\Omega$ ) | V (V) | i (mA) | $R_{EXP}$ ( $\Omega$ ) | P (mW) |
|----------------------------|-------|--------|------------------------|--------|
| 3                          |       |        |                        |        |
| 5                          |       |        |                        |        |
| 10                         |       |        |                        |        |
| 15                         |       |        |                        |        |
| 20                         |       |        |                        |        |
| 25                         |       |        |                        |        |
| 30                         |       |        |                        |        |
| 40                         |       |        |                        |        |
| 50                         |       |        |                        |        |
|                            |       |        |                        |        |
|                            |       |        |                        |        |

### ➤ Terceira Parte - Medidas de corrente em circuito de duas malhas

TABELA III

| <i>fem's</i> das fontes | <i>resistências</i> | <i>resist. amperímetros</i> | <i>Correntes medidas</i> |
|-------------------------|---------------------|-----------------------------|--------------------------|
| $\varepsilon_1 =$       | $R_1 =$             | $r_1 =$                     | $i_1 =$                  |
| $\varepsilon_2 =$       | $R_2 =$             | $r_2 =$                     | $i_2 =$                  |
|                         | $R_3 =$             | $r_3 =$                     | $i_3 =$                  |